

Mašinski Fakultet Univerziteta u Beogradu



Mašinski elementi II

VI smena – Doc. dr Aleksandar Marinković
Doc. dr Tatjana Lazović

Opterećenje i čvrstoća cilindričnih zupčanika

Petak 25. 03. 2011.

Opterećenje i raspodela opterećenja



Opterećenje za proračun zupčanika je **tangentna sila** na podeonoj kružnici

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2}$$

K_A **Faktor spoljašnjih dinamičkih sila** – obuhvata promenljivost obrtnog momenta pogonske i radne mašine

K_V **Faktor unutrašnjih dinamičkih sila** – obuhvata uticaj odstupanja procesa sprezanja zubaca od teorijskog, koje je posledica:

- uticaja elastičnih deformacija zubaca,
- uticaja odstupanja mera zubaca.

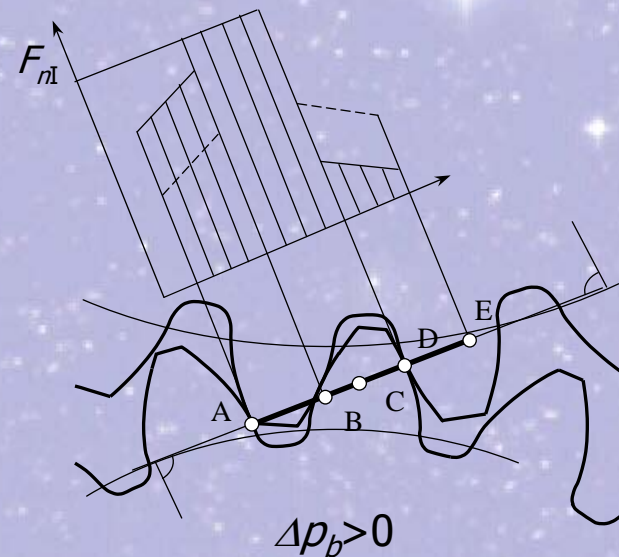
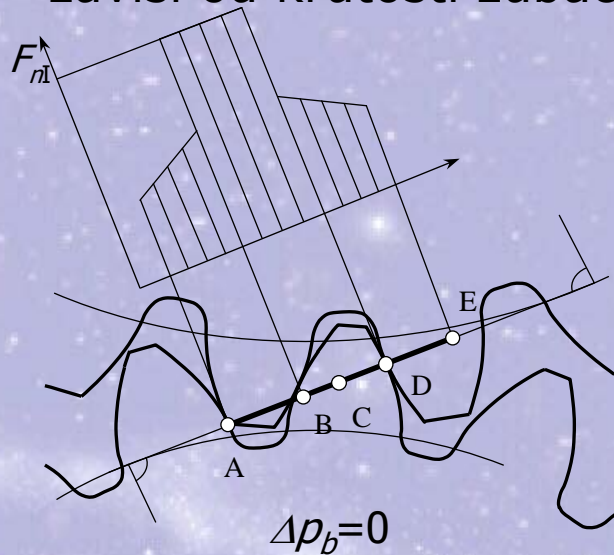
(Knjiga ME, Tablica 8.7)

Raspodela opterećenja zubaca u sprezi



K_α

Raspodela opterećenja **na parove zubaca** u sprezi
- zavisi od krutosti zubaca, stepena sprežanja i odstupanja mera



K_β

Raspodela opterećenja **duž zubaca** u sprezi je **neravnomerna** usled odstupanja paralelnosti bočnih linija, a kao posledica:

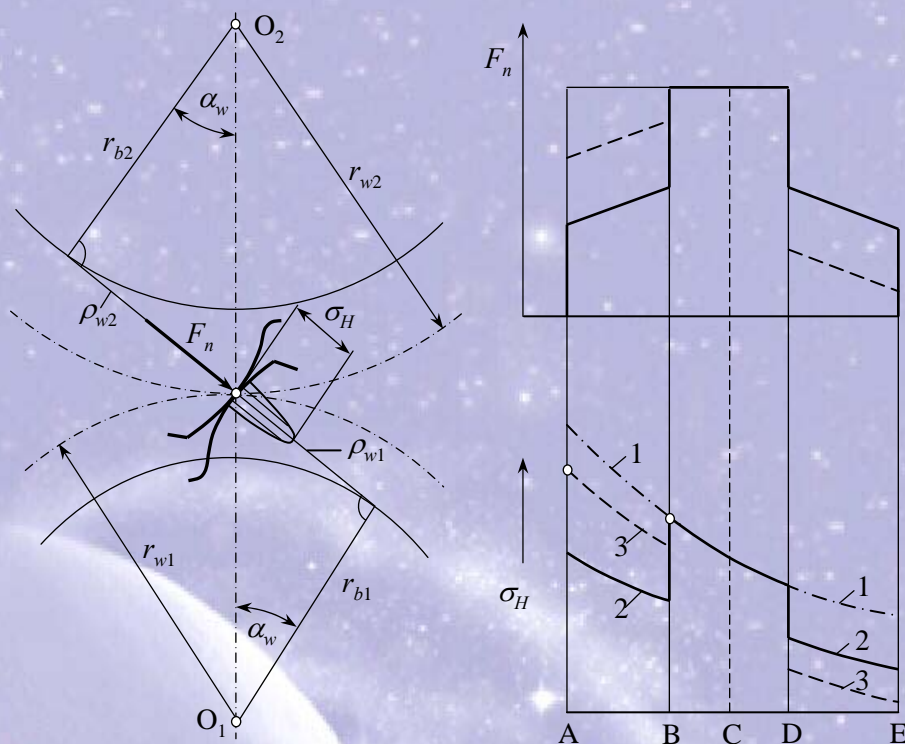
- odstupanja pri izradi zupčanika,
- deformacija vratila zupčanika,
- habanja zubaca.

(Knjiga ME, Tablica 8.8)

Naponi na bokovima zubaca



Radni napon na bokovima zubaca je površinski pritisak u pravcu zajedničke normale na dodir - dodirnice



$$\sigma_{HC} = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E}{b \rho}}$$

$$F_n = \frac{T}{r_b} = \frac{T}{r \cos \alpha} = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$

$$\rho = \frac{\rho_{w1} \rho_{w2}}{\rho_{w1} + \rho_{w2}}$$

$$E = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{\rho_{w1} + \rho_{w2}}{\rho_{w1} \rho_{w2}} = \frac{r_1 \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w (1+u)}{r_1^2 u \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha_w} = \\ &= \frac{2}{d_1 \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w} \frac{u+1}{u} \end{aligned}$$

$$\sigma_{HC} = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E}{b \rho}} = \sqrt{0,175 E \frac{2}{\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha_w} \frac{F_t}{d_1 b} \frac{u+1}{u}} = Z_E Z_H \sqrt{\frac{F_t}{b d_1} \frac{u+1}{u}}$$

Naponi i stepen sigurnosti

Izraz za radni napon na bokovima zubaca **manjeg** zupčanika u paru

$$\sigma_H = \underbrace{Z_E Z_H Z_\varepsilon Z_\beta}_{\text{faktori ozubljenja}} \sqrt{\frac{F_{t1}}{b d_1} \frac{u+1}{u} \underbrace{K_A K_v K_{H\alpha} K_{H\beta}}_{\text{faktori raspodele opterećenja}}}$$

Izraz za kritični napon na bokovima zubaca

$$[\sigma_H] = \sigma_{H \lim} \underbrace{Z_L Z_v Z_R Z_W Z_X}_{\text{faktori zupčanika}} \underbrace{Z_N Z_\sigma}_{\text{faktori opterećenja}}$$

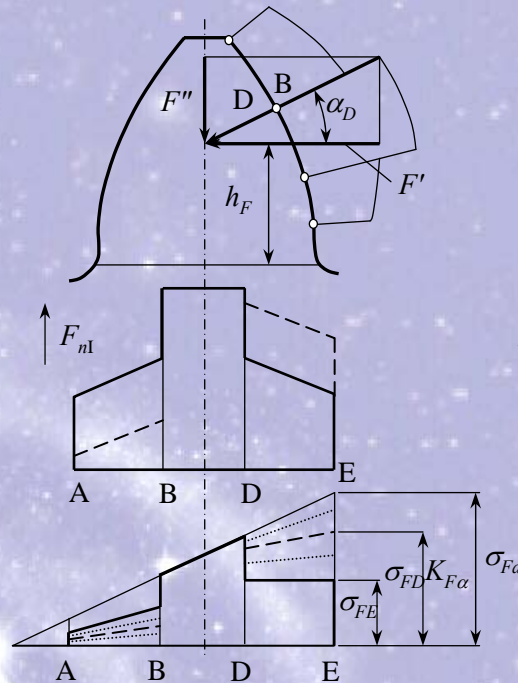
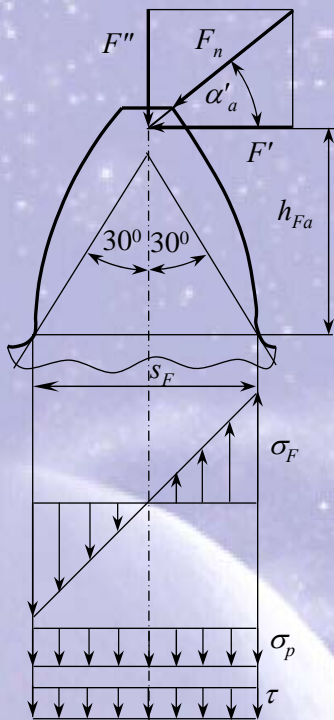
Stepen sigurnosti na bokovima zubaca zupčanika

$$S_{H1} = \frac{[\sigma_H]_1}{\sigma_H} \qquad S_{H2} = \frac{[\sigma_H]_2}{\sigma_H}$$

Izračunate vrednosti stepena sigurnosti treba da budu **$S_H = 1,25 \dots 2,5$** zavisno od pouzdanosti podataka iz proračuna

Naponi u podnožju zubaca

Radni napon u podnožju zupca je složen od savijanja, pritiska i smicanja. Najveći je **napon usled savijanja** i on je **merodavan za proračun**.



$$\sigma_{Fa} = \frac{M}{W} = \frac{F_t}{bm_n} \frac{6f_h \cos \alpha'_a}{f_s^2 \cos \alpha_n} = Y_{Fa} Y_{sa} \frac{F_t}{bm_n}$$

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2}$$

$$M = F' h_{Fa} = F_n \cos \alpha'_a \cdot h_{Fa} = \frac{F_t}{\cos \alpha_n} \cos \alpha'_a f_h m_n$$

$$W = \frac{bs_F^2}{6} = \frac{bf_s^2 m_n^2}{6}$$

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_t}{bm_n} K_A K_v K_{Fa} K_{F\beta}$$

Naponi i stepen sigurnosti



Izraz za radni napon u podnožju zubaca zupčanika

$$\sigma_F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\varepsilon} Y_{\beta} \frac{F_t}{b m_n} K_A K_v K_{F\alpha} K_{F\beta}$$

Izraz za kritični napon u podnožju zubaca zupčanika

$$[\sigma_F] = \sigma_{F \lim} Y_{ST} Y_{RT} Y_{\delta R} Y_X Y_N Y_{\sigma}$$

Stepen sigurnosti u podnožju zubaca zupčanika

$$S_{F1} = \frac{[\sigma_F]_1}{\sigma_{F1}} \qquad S_{F2} = \frac{[\sigma_F]_2}{\sigma_{F2}}$$

Izračunate vrednosti treba da budu **$S_F = 1,25 \dots 2,5$**

Zavisno od pouzdanosti podataka korišćenih u proračunu

Izbor parametara cilindričnih zupčanika



Prenosni odnos – bira se $u = 1 \dots 4$ izuzetno za sporohodne $u_{\max} = 7$

Broj zubaca - po mogućstvu usvajati veći broj zubača s obzirom na manji modul (zbog tačnosti izrade, većeg stepena sprežanja $z_{1\min} = 17 \dots 25$
Zbirni broj zubača ($z_1 + z_2$) usvajati kao neparni broj

Koeficijent pomeranja – da bi se izbeglo podsecanje profila i zašiljen zubac

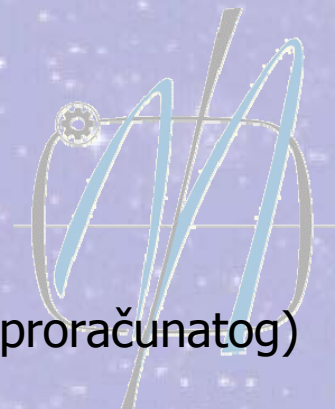
Širina zupčanika – definisana najčešće sa odnosom b/d
Veći odnos za zupčanik na sredini vratila,
 $\varphi = 0,4 \dots 0,9$, a za visokoopterećene zupčanike $\varphi = 1 \dots 2$

$$\varphi = \frac{b}{d_1}$$

Ugao nagiba zubača – ograničen veličinom aksijalne sile, pa se često uzima:
Kod prvog stepena prenosa $\beta = 10^\circ \dots 15^\circ$, a kod drugog stepena $\beta = 8^\circ \dots 12^\circ$

Za strelaste zupce se usvaja $\beta = 20^\circ \dots 30^\circ$

Izbor prečnika i modula



Modul zupčanog para je standardna veličina - zavisi od potrebnog (proračunatog) prečnika zupčanika i usvojenog broja zubaca

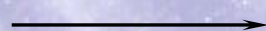
Prečnik zupčanika (d_1) – obično se izračunava na osnovu veličine napona na bokovima

$$\sigma_H = Z \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u} K} \leq \sigma_{H\ doz}$$

Posle usvajanja koef. širine, faktora ozubljenja (Z), faktora raspodele (K) i zamene u izraz za radni napon sledi:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2T_1}{\varphi \sigma_{H\ doz}^2} \frac{u+1}{u} K Z^2}$$

$$m = \frac{d_1}{z_1}$$



Standardizovanje, usvajanje m_n

Izbor materijala

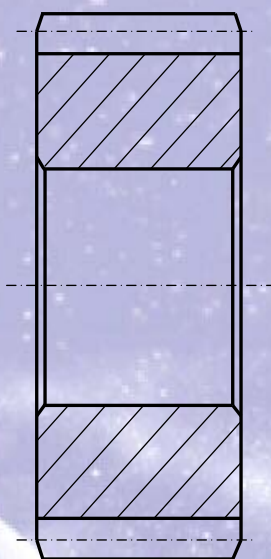


Za veliku tvrdoću bokova, dobiće se zupčanici sa malim prečnicima i obrnuto. Pri istim ostalim uslovima najmanje mere poseduju cementirani zupčanici, a najveće zupčanici od konstrukcionih čelika i liveni zupčanici.

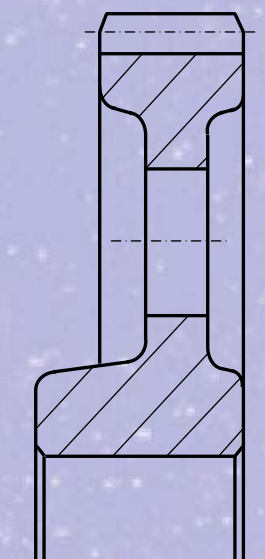
Često se koriste sledeće kombinacije materijala:

- 1.** Mali i veliki zupčanik od cementiranih čelika i brušeni, za velika opterećenja, izbegavaju se za manja medjuosna rastojanja do 125mm npr. menjače motornih vozila, jer cementirani zupčanici mogu da se ljušte.
- 2.** Mali i veliki zupčanik od nitriranih čelika i fino glodani, prenose visoka opterećenja i malih su gabarita. Zbog male dubine nitr. Sloja osetljivi na udare, koriste se za kompresore, turbine, brodske prenosnike...
- 3.** Mali i veliki zupčanik su od legiranih čelika za poboljšanje, za manje mere
- 4.** Mali zupčanik od konstruktivnog čelika, a veći od sivog liva, samo kada zupčanici iz konstruktivnih razloga mogu da imaju veće gabarite
- 5.** Zupčanici od obojenih metala, lakih legura i plastičnih masa, za manja opterećenja i najmanje dimenzije, u lakoj industriji, uređaji za domaćinstvo

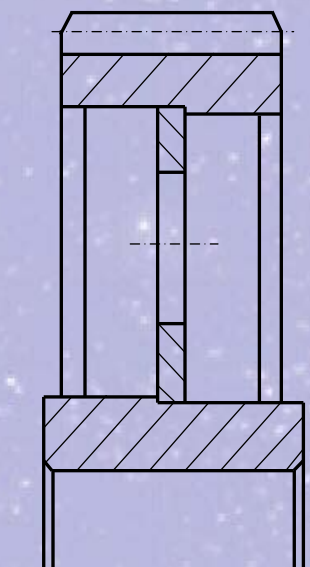
Oblici tela cilindričnih zupčanika



rezani



kovani



zavareni