

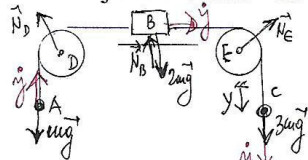
Vezba 3 ① Teret A mase m , teret B mase $2m$ i teret C mase $3m$ spojeni su užadima. Koturače D i E poluprečnika R su zanemarljive mase. Sistem je u vertikalnoj ravni, veze su idealne. Odrediti: 1) kinetičku energiju sistema, 2) rad sila sistema, 3) brzinu i ubrzanje tereta C. u početnom trenutku sistem se mirovao.

② Odrediti rad sile $\vec{F} = k^2 \vec{r}$ koja djeluje na tačku M na putu AB, $A(0, R)$, $B(R, 0)$. Tačka se kreće po kružnoj vezi poluprečnika R ; $k = \text{const}$; \vec{i} je jedinični vektor 0x ose.

Rešenje

ZADATAK ①

Zahtev ① zadatka je da se odrede, pod 3), kinematičke veličine (brzina, ubrzanje), a rad vrše samo konstantne spoljašnje sile sistema, pa je pogodno primeniti teoremu o promeni kinetičke energije: 1) u konačnom obliku - za određivanje - brzine - tereta A, 2) u diferencijalnom obliku - za određivanje - ubrzanja - tereta A.



KINETIČKA ENERGIJA SISTEMA ZA VREME KRETANJA SASTOJI SE IZ KINETIČKE ENERGIJE SVA TRI TERETA (MATERIJALNE TAČKE):

$$T_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \quad T_B = \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad T_C = \frac{1}{2} m_C v_C^2 \quad T = T_A + T_B + T_C$$

IZMEĐU APSOLUTNIH BRZINA $\vec{v}_A, \vec{v}_B, \vec{v}_C$ (SISTEM IMA JEDAN STEPEN

SLOBODE KRETANJA) VAŽI: $v_A = v_B = v_C \equiv \dot{y}$ (KRETANJE PRATIMO KOORDINATOM y)

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} (2m) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} (3m) \dot{y}^2 \quad \boxed{T = 3m \dot{y}^2}$$

IZRAČUNAJMO SUMU RADOVA SVIH SILA NA PROIZVOLJNOM POKRETANJU y :

$$A(m \vec{g}) = -mgy; \quad A(\vec{N}_D) = 0; \quad A(\vec{N}_B) = 0; \quad A(2m \vec{g}) = 0; \quad A(\vec{N}_E) = 0; \quad A(3m \vec{g}) = 3mgy \quad A = \sum A = 2mgy \quad \boxed{A = 2mgy}$$

$$1) \quad T - T_0 = 0 = A \quad 3m \dot{y}^2 = 2mgy \quad \boxed{\dot{y}^2 = \frac{2}{3} gy} \quad \text{T.j.} \quad \boxed{\dot{y} = \sqrt{\frac{2}{3} gy}}$$

$$2) \quad dT = dA \quad 2m \dot{y} \ddot{y} = \frac{2}{3} mg \dot{y} \quad \boxed{\ddot{y} = \frac{g}{3}}$$

ZADATAK ②

$$\vec{F} = k^2 y \vec{i} + (0) \vec{j}$$

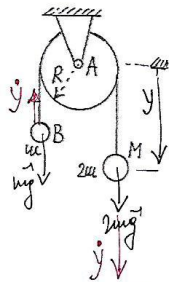
$$A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}_M = \int x dx + \int y dy = \int k y dx$$

$$A_{AB} = \int_A^B y dx \quad \begin{cases} x = R \sin \varphi \\ y = R \cos \varphi \end{cases} \quad dx = R \cos \varphi d\varphi$$

$$A_{AB} = k \int_{\varphi(A)=0}^{\varphi(B)=\frac{\pi}{2}} (R \cos \varphi) (R \cos \varphi) d\varphi = \frac{k R^2}{4} \quad \boxed{\frac{k R^2}{4}}$$

Preporuka:

Sve zadatke koje smo već uradili vektorskim metodama (teoreme: o promeni količine kretanja, promeni momenta količine kretanja); tj. delove u kojima su se tražile neke kinematske veličine (brzina, ubrzanje) uraditi teoremom o promeni kinetičke energije sistema tačaka.



① Sistem je u vertikalnoj ravni. Teret M je mase $2m$, a teret B mase m . Odrediti ubrzanje tereta M. Neistegljivo uže i disk (poluprečnika R) su zanemarljive mase. U početnom trenutku sistem je mirovao.

$$T = \sum_{i=1}^2 T_i = T_M + T_B \quad T_M = \frac{1}{2} m_M v_M^2, \quad T_B = \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$(\dot{y} = v_M = v_B) \quad T_M = \frac{1}{2} (2m) \dot{y}^2, \quad T_B = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 \quad T = \frac{3}{2} m \dot{y}^2$$

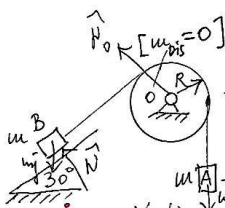
$$A = \sum_i A \quad A(m_M \vec{g}) = 2mg, \quad A(m_B \vec{g}) = -mg, \quad \sum A(\vec{N}) = 0$$

[NA PROIZVOLJNO POKRETANJE y]

$$A = mg$$

$$T - T_0 = A$$

$$\frac{3}{2} m \dot{y}^2 = mgy \quad \dot{y}^2 = \frac{2}{3} gy \quad \frac{d}{dt} \Rightarrow 2\dot{y}\ddot{y} = \frac{2}{3} g \quad \ddot{y} = \frac{g}{3}$$



② ZADATAK:

TEKST ZADATAKA JE ISTI KAO U VEKTORSKOJ DINAMICIJI; POTRAŽITE TEKST U VAŠIM SVETSKAMA.

[$m_B = m$ $m_A = m$ $m_{\text{disk}} = 0$ VEŠT IDEALNE $\ddot{y} = a_A = ?$ $\alpha = 30^\circ$] [$\dot{y}(0) = 0$]

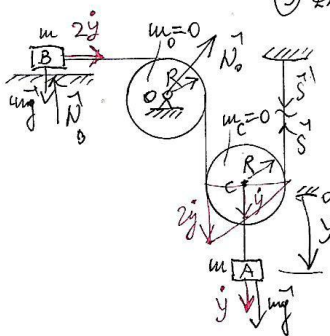
$$T = T_A + T_B = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 \quad T = m \dot{y}^2$$

$\dot{y} = v_A = v_B$ (JEDAN STEPEN SLOBODE KRETANJA)
PROIZVOLJNO POKRETANJE "y"

$$A = \sum_i A = \underbrace{mg}_{A(m_A)} - \underbrace{mg \sin(30^\circ)}_{A(m_B)} + \underbrace{0}_{A(\text{ostalih sila})} = \frac{mg}{2}$$

$$T - T_0 = A$$

$$m \dot{y}^2 = \frac{mg}{2} y \quad \frac{d}{dt} \Rightarrow 2\dot{y}\ddot{y} = \frac{g}{2} \quad \ddot{y} = \frac{g}{4}$$



③ ZADATAK:

$m_A = m$ $m_B = m$ $m_C = m_D = 0$ $\dot{y}(0) = 0$ $\ddot{y} = a_A = ?$

JEDAN STEPEN SLOBODE KRETANJA: PROIZVOLJNO POKRETANJE "y"

$$v_A = \dot{y}, \quad v_B = 2\dot{y}$$

$$T = T_A + T_B = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m (2\dot{y})^2 \Rightarrow T = \frac{5}{2} m \dot{y}^2$$

$$A = \sum_i A = \underbrace{mg}_{A(m_A)} + \underbrace{0}_{A(\text{ostalih sila})} = mg$$

$$T - T_0 = A$$

$$\frac{5}{2} m \dot{y}^2 = mgy \quad \dot{y}^2 = \frac{2}{5} gy \quad \frac{d}{dt} \Rightarrow 2\dot{y}\ddot{y} = \frac{2}{5} g \quad \ddot{y} = \frac{g}{5}$$