Za kretanje tačke po nepokretnoj realnoj vezi, rad normalne reakcije veze je jednak nuli, ali ostaje rad sile trenja klizanja $\vec{F}_T = -\mu|\vec{F}_N|\,\vec{V}/V$, i teorema o promeni kinetičke energije ima oblik

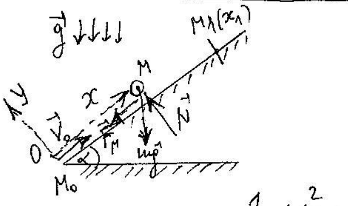
$$E_k(t_2) - E_k(t_1) = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F}^a \cdot d\vec{r} - \mu\int_{M_1}^{M_2} |\vec{F}_N| \frac{\vec{V}\cdot d\vec{r}}{V}.$$

Ako je normalna reakcija konstantna, tada je i sila trenja klizanja konstantne veličine, i njen rad možemo definitivno sračunati, tj.

$$A(\vec{F}_T) = -\mu|\vec{F}_N| \int_{M_1}^{M_2} \frac{\vec{V}\cdot d\vec{r}}{V} = -\mu|\vec{F}_N| \int_{s_1}^{s_2} ds = -\mu|\vec{F}_N|\,(s_2 - s_1),$$

jer je $V = \frac{ds}{dt}$ i $\vec{V}\cdot d\vec{r} = \frac{(d\vec{r})^2}{dt} = \frac{(ds)^2}{dt}$.

PRAKTIČNU PRIMENU $\boxed{\text{TEOREMA O PROMENI KIN. ENERG.}}$ IMA I U OBLIKU $T(t_1) - T(t_0) = A^s_{01} + A^u_{01}$ TAKOZVANOM $\boxed{\text{"KONAČNOM OBLIKU".}}$ PRIMER 1: TAČKA M, MASE $m$, MOŽE DA SE KREĆE PO STRMOJ RAVNI, NAGIBA $\alpha$, U POLJU SILE ZEMLJINE TEŽE. KOEFICIJENT TRENJA IZMEĐU TAČKE M I STRME RAVNI JE $\mu$. U POČETNOM TRENUTKU $t_0=0$ TAČKA M JE BILA U KOOR. POČETKU INERCIJALNOG SISTEMA $Oxy$ SA POČETNOM BRZINOM $\vec{V}_0$. ODREDITI RASTOJANJE $\overline{OM_1} \equiv x_1 = ?$ KOJE TAČKA M PREĐE DO MESTA GDE ĆE STATI (T.J. GDE JOJ JE TOG TRENUTKA BRZINA ~~BILA~~ BILA "NULA").




$$\frac{1}{2}mV_1^2(t_1) - \frac{1}{2}mV_0^2(t_0=0) = A_{01}^{(*)} \quad \text{[OVO JE SADA ALGEBARSKA JEDNAČINA]}$$

$m\ddot{\vec{r}}_M = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_\mu \;/\cdot\vec{j}$

$0 = N - mg\cos\alpha$

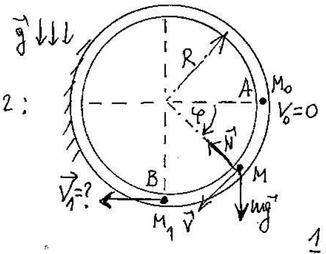
$F_\mu = \mu N (=) \mu mg\cos\alpha$

$$A_{01}(m\vec{g}) = -mgx_1\sin\alpha, \quad A_{01}(N) = 0, \quad A_{01}(\vec{F}_\mu) = -\int_{x_0=0}^{x_1} \mu mg\cos\alpha\,dx = -\mu mgx_1\cos\alpha$$

$$V_1(t_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2}mV_0^2 = -(mg\sin\alpha)x_1 - (\mu mg\cos\alpha)x_1 \quad \text{T.J.}$$

$$x_1 = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

PRIMER 2:




* * *

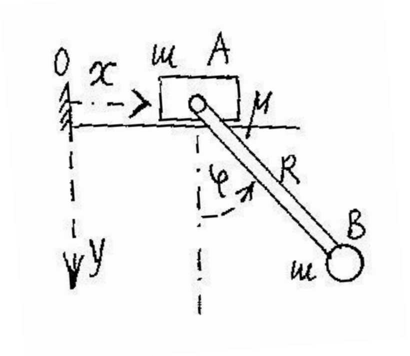
TAČKA M, MASE $m$, SE KREĆE UNUTAR GLATKE CEVI POLUPREČNIKA $R$, U HOMOGENOM POLJU SILE ZEMLJINE TEŽE. U $t_0=0$ TAČKA JE BILA U POLOŽAJU $A \equiv M_0$ ($\varphi(0)=0$) BEZ POČETNE BRZINE. ODREDITI BRZINU TAČKE M U POLOŽAJU KAD PROLAZI KROZ $B \equiv M_1$ $[\varphi(t_1) = \frac{\pi}{2}]$? $V_1 = ?$

$$\frac{1}{2}mV_1^2(t_1) - \cancel{\frac{1}{2}mV_0^2(t_0=0)}^{\,0} = A_{01} \quad \text{[ALGEBARSKA JEDNAČINA]}^{**}$$

$$A_{01}(m\vec{g}) = mgR \qquad A_{01}(\vec{N}) = 0 \qquad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mV_1^2 = mgR \quad \text{T.J.} \quad V_1 = \sqrt{2gR}.$$

*) ZA MATERIJALNU TAČKU TEOREMA O PROMENI KIN. ENERG. IMA OBLIK $\boxed{T - T_0 = A}$

**) TEOREMA U OVOM OBLIKU JE VEOMA EFIKASNA SAMO ZA ONE SILE ČIJI SE "RAD" MOŽE ODREDITI (IZRAČUNATI) NE POZNAJUĆI ZAKON KRETANJA TAČKE POD DEJSTVOM TIH SILA. TO SU SILE KOJE SU KONSTANTNE ILI SU FUNKCIJA POLOŽAJA TAČKE. AKO BI SILE BILE FUNKCIJE "BRZINE" I "VREMENA" DA BI IZRAČUNALI NJIHOV RAD MORALI BI POZNAVATI SAM ZAKON KRETANJA TAČKE M.




**Domaći zadatak**

Primer: Eliptičko klatno se sastoji od klizača A mase m i masene tačke B mase m koja je lakim štapom dužine R zglobom vezana za klizač. Klizač se kreće po hrapavoj horizontalnoj vezi, a koeficijent trenja je $\mu$. Odrediti: 1) reakciju veze između klizača i veze N=? 2) silu trenja klizanja klizača.

Napomena: obrtiti pažnju da reakcija veze nije mg ($N \neq mg$); kada je u pitanju sistem tačaka ili krutih tela, na vrednost neke reakcije veze (kod nas - klizača) utiču i druge mase u sistemu, a ne samo masa klizača. Probati sa teoremom o promeni količine kretanja. Pokazati da je $N(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi})$. Urađen domaći zadatak (sa brojem indeksa studenta) poslati u PDF formatu na fakultetsku e-mail adresu nastavnika.