

Математика 2 - 19/20 - Домаћи 7 (смене 1, 2, 5, 6)

1. Ако је  $z = x^2 + y^2$ ,  $x = u + v$ ,  $y = u - v$ , одредити  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$ .  
( $4u$ ,  $4v$ )
2. Ако је  $z = \frac{x}{y}$ ,  $x = e^t$ ,  $y = \ln t$ , одредити  $\frac{dz}{dt}$ .  $\left( \frac{e^t}{t \ln^2 t} (t \ln t - 1) \right)$
3. Ако је  $z = xe^y$ ,  $y = \arctg x$ , одредити  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{dz}{dx}$ .  $\left( e^y, e^y \left( 1 + \frac{x}{1+x^2} \right) \right)$
4. Ако је  $u = x\varphi\left(\frac{x}{y^2}\right)$ , доказати да важи  $2x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 2u$ .
5. Ако је  $u = \varphi\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$ , доказати да важи  $y\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .
6. Ако је  $u = \varphi(x)\psi(y)$ , доказати да важи  $u\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .
7. Ако је  $u = \varphi\left(\frac{y}{x}\right) + x\psi\left(\frac{y}{x}\right)$ , доказати да важи  
$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$
8. Ако је  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  ( $a, b, c > 0$ ), одредити  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .  $\left( -\frac{c^2 x}{a^2 z}, -\frac{c^2 y}{b^2 z} \right)$
9. Ако је  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$ , одредити  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .  $\left( \frac{yz}{y(x+z)}, \frac{z^2}{y(x+z)} \right)$
10. Ако је  $u^3 - 3(x+y)u^2 + z^3 = 0$ , одредити  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial z}$ .  
 $\left( -\frac{u^2}{u(2(x+y)-u)}, -\frac{u^2}{u(2(x+y)-u)}, \frac{z^2}{u(2(x+y)-u)} \right)$