Пример. Наћи једначине тангентне равни и нормале на површ $3xyz - z^3 = a^3$ у тачки за коју је $x=0$, $y=a$.

$x=0,\ y=a$

$-z^3 = a^3$

$z = -a$

$M(0, a, -a)$

$$F(x,y,z) \equiv 3xyz - z^3 - a^3 = 0$$

$$F'_x = 3yz, \quad (F'_x)_M = -3a^2$$

$$F'_y = 3xz, \quad (F'_y)_M = 0$$

$$F'_z = 3xy - 3z^2, \quad (F'_z)_M = -3a^2$$

$$\vec{N} = (\underset{A}{-3a^2}, \underset{B}{0}, \underset{C}{-3a^2})$$

$$M(\underset{x_0}{0}, \underset{y_0}{a}, \underset{z_0}{-a})$$

tan. rav. π: $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$

$$-3a^2(x-0) + 0(y-a) - 3a^2(z+a) = 0$$

$$\boxed{x + z + a = 0}$$

n:

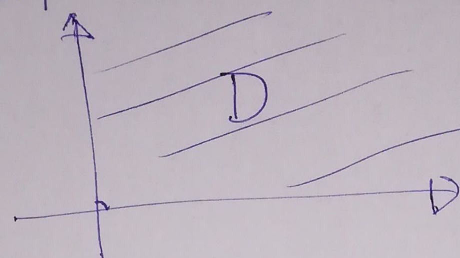
$$\frac{x-0}{-3a^2} = \frac{y-a}{0} = \frac{z+a}{-3a^2}$$

$$\boxed{\frac{x}{1} = \frac{y-a}{0} = \frac{z+a}{1}}$$

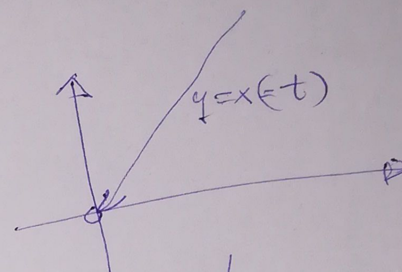
Пример поновљених/узастопних лимеса (лекција 6, стр. 2)

Посматрајмо функцију $f(x,y)=\frac{y}{x}$ на

$$D=\{(x,y)\mid x>0 \text{ и } y>0\}.$$

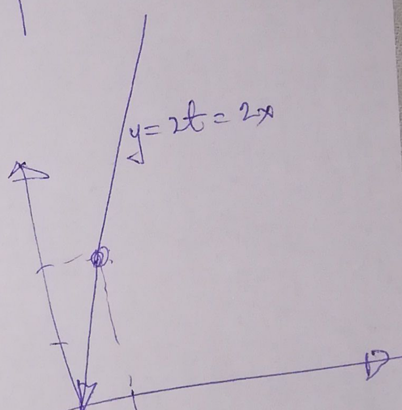


1° за $\left.\begin{array}{l} x=t \\ y=t \end{array}\right\}$ $t\to 0$ ако $(x,y)\to(0,0)$



$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y}{x} = \lim_{t\to 0} \frac{t}{t} = 1$$

2° $\left.\begin{array}{l} x=t \\ y=2t \end{array}\right\}$ $t\to 0$ ако $(x,y)\to(0,0)$



$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y}{x} = \lim_{t\to 0} \frac{2t}{t} = 2 \neq 1$$

Значи по 2 различите путање прилазимо са (x,y) ка $(0,0)$ и добијамо две различите вредности. Гранична вредност не постоји!

Поновљени лимеси:

$$\lim_{y\to 0_+}\left(\lim_{\substack{x\to 0_+ \\ y>0}} \frac{y}{x}\right) = \lim_{y\to 0+} \infty = \infty$$

$$\lim_{x\to 0_+}\left(\lim_{\substack{y\to 0_+ \\ x>0}} \frac{y}{x}\right) = \lim_{x\to 0_+} 0 = 0$$

} поновљени лимеси нису исти и разликују се од лимеса функције