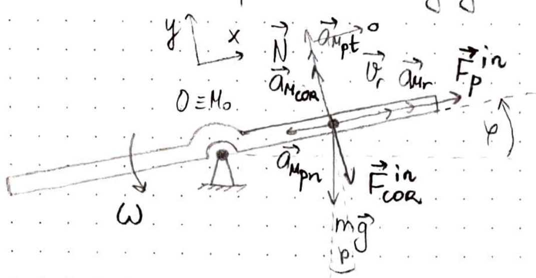
(10)

1° 6.19. Цев AB обрће се око хоризонталне осе O константном угаоном брзином ω. Кроз цев се креће без трења тачка M масе m. У почетном тренутку када је цев била у хоризонталном положају тачка се налазила у положају O и имала почетну брзину $v_0 = \frac{g}{2\omega}$. Одредити једначину релативног кретања тачке и максимални притисак на зид цеви.



$$\omega = const. \Rightarrow \varphi = \omega t \Rightarrow \dot{\varphi} = \omega \Rightarrow \ddot{\varphi} = 0$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_{Mp} + \vec{a}_{Mr} + \vec{a}_{Mcor}$$

$$\vec{a}_{Mp} = \vec{a}_{Mpt} + \vec{a}_{Mpn}, \quad a_{Mpt} = x\ddot{\varphi}^{\,0}; \quad a_{Mpn} = x\dot{\varphi}^2 = x\omega^2$$

$$\vec{F}_p^{in} = -m\vec{a}_{Mp} \Rightarrow F_p^{in} = m a_{Mpn} = m\omega^2 x$$

$$\vec{a}_{Mcor} = 2\vec{\omega}_p \times \vec{v}_r \Rightarrow a_{cor} = 2\dot{\varphi}\dot{x}\sin 90^\circ = 2\omega\dot{x}$$

$$\vec{F}_{cor}^{in} = -m\vec{a}_{cor} \Rightarrow F_{cor}^{in} = 2m\omega\dot{x}$$

$$a_{Mr} = \ddot{x}$$

$$m\vec{a}_{Mr} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_p^{in} + \vec{F}_{cor}^{in}$$

$x:\quad m\ddot{x} = -mg\sin\varphi + m\omega^2 x \quad /:m$

$y:\quad 0 = -mg\cos\varphi + N - 2m\omega\dot{x} \Rightarrow N = 2m\omega\dot{x} + mg\cos(\omega t)$

$$\ddot{x} - \omega^2 x = -g\sin(\omega t)$$

$$\lambda^2 - \omega^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \pm\omega$$

$$x_h = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}$$

$$x_p = A\cos\omega t + B\sin\omega t \Rightarrow \dot{x}_p = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t \Rightarrow \ddot{x}_p = -A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t$$

$$-A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t - A\omega^2\cos\omega t - B\omega^2\sin\omega t = -g\sin\omega t$$

$$\left.\begin{aligned} -B\omega^2 - B\omega^2 = -g &\Rightarrow B = \frac{g}{2\omega^2} \\ -2A\omega^2 = 0 &\Rightarrow A = 0 \end{aligned}\right\} \quad x_p = \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$$

$$x = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t} + \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$$

$$\dot{x} = C_1\omega e^{\omega t} - C_2\omega e^{-\omega t} + \frac{g}{2\omega}\cos\omega t$$

$$\left.\begin{aligned} 0 = C_1 + C_2 &\Rightarrow C_1 = -C_2 \\ \frac{g}{2\omega} = C_1\omega - C_2\omega + \frac{g}{2\omega} &\Rightarrow C_1 = C_2 \end{aligned}\right\} \quad C_1 = C_2 = 0$$

$$\underline{x = \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t}$$

$$\dot{x} = \frac{g}{2\omega}\cos\omega t \Rightarrow N = \cancel{2m\omega}\frac{g}{\cancel{2\omega}}\cos\omega t + mg\cos\omega t$$

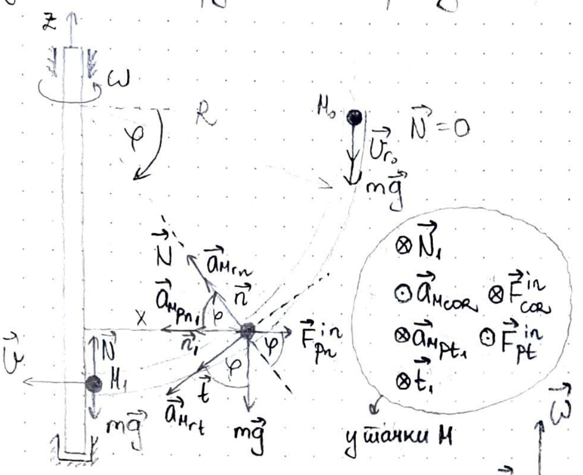
$$N = 2mg\cos\omega t$$

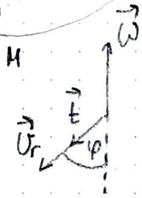
$$N_{max} \rightarrow \cos\omega t = 1 \Rightarrow \omega t = k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\underline{N_{max} = 2mg}$$

11

6.28. Цев савијена у кружни лук полупречника R обрће се око вертикалне осе OO_1 константном угаоном брзином ω. Коликом брзином v_0 треба убацити куглицу масе m у цев кроз отвор A да би на отвору B имала брзину v?





$$\vec a_M = \vec a_{Mp} + \vec a_{Mr} + \vec a_{Mcor}$$

$$\vec a_{Mp} = \vec a_{Mpt_1} + \vec a_{Mpn_1} = a_{Mpt_1}\vec t_1 + a_{Mpn_1}\vec n_1$$

$$a_{Mpt_1} = x\dot\omega = 0 \quad (\omega = const.)$$

$$a_{Mpn_1} = x\omega^2$$

$$\left.\begin{aligned} \vec F_p^{in} &= \vec F_{pn}^{in} + \vec F_{pt}^{in\,=0} \\ F_{pn}^{in} &= m\omega^2 x \end{aligned}\right.$$

$$\vec a_{Mr} = \vec a_{Mrt} + \vec a_{Mrn} = a_{Mrt}\vec t + a_{Mrn}\vec n$$

$$a_{Mrt} = R\ddot\varphi$$

$$a_{Mrn} = R\dot\varphi^2$$

$$\vec a_{Mcor} = 2\vec\omega_p \times \vec v_r \;, \quad \omega_p = \omega \;, \quad v_r = R\dot\varphi$$

$$a_{Mcor} = 2\omega R\dot\varphi \sin\angle(\vec\omega_p, \vec v_r) = 2\omega R\dot\varphi\sin(180^\circ - \varphi)$$

$$a_{Mcor} = 2\omega R\dot\varphi\sin\varphi$$

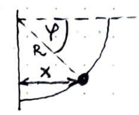
$$m\vec a_r = m\vec g + \vec N + \vec N_1 + \vec F_p^{in} + \vec F_{cor}^{in} \quad /\cdot\vec t \,/\cdot\vec n$$

* ПРОЈЕКТУЈЕ СЕ НА $\vec t$ И $\vec n$ ЈЕР СУ ТО ЈЕДИНИЧНИ ВЕКТОРИ КОЈИ СУ У ВЕЗИ СА РЕЛАТИВНИМ КРЕТАЊЕМ

t: $mR\ddot\varphi = mg\cos\varphi - F_{pn}^{in}\sin\varphi \Rightarrow \cancel{m}R\ddot\varphi = \cancel{m}g\cos\varphi - \cancel{m}\omega^2 x\sin\varphi \quad (1)\,/:m$

n: $mR\dot\varphi^2 = -mg\sin\varphi + N - F_{pn}^{in}\cos\varphi \Rightarrow mR\dot\varphi^2 = -mg\sin\varphi + N - m\omega^2 x\cos\varphi \quad (2)$

$$(1) \Rightarrow R\ddot\varphi = g\cos\varphi - \omega^2 x\sin\varphi \;, \quad x = R\cos\varphi$$



$$\ddot\varphi = \frac{d\dot\varphi}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\dot\varphi}{d\varphi}\cdot\dot\varphi = \frac{\dot\varphi\, d\dot\varphi}{d\varphi}$$

* $v_r = R\dot\varphi \,/d \Rightarrow dv_r = R\,d\dot\varphi$, $d\dot\varphi = \frac{dv_r}{R}$, $\dot\varphi = \frac{v_r}{R}$

$$\ddot\varphi = \frac{v_r\, dv_r}{R^2 d\varphi} = \frac{d(v_r^2)}{2R^2 d\varphi}$$

* $d(v_r^2) = 2v_r\, dv_r \Rightarrow v_r\, dv_r = \frac{d(v_r^2)}{2}$

$$\cancel{R}\cdot\frac{d(v_r^2)}{2R^2 d\varphi} = g\cos\varphi - \omega^2 R\cos\varphi\sin\varphi \quad /\cdot d\varphi \,/\cdot 2R$$

$$d(v_r^2) = 2Rg\cos\varphi\, d\varphi - 2R^2\omega^2\cos\varphi\sin\varphi\, d\varphi$$

$$\int_{v_0^2}^{v^2} d(v_r^2) = 2Rg\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\varphi\, d\varphi - 2R^2\omega^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\varphi\sin\varphi\, d\varphi$$

* ГРАНИЦЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ

$\varphi = 0 \Rightarrow v_r = v_0$

$\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_r = v$

↓

СМЕНА: $z = \sin\varphi$

$dz = \cos\varphi\, d\varphi \Rightarrow d\varphi = \frac{dz}{\cos\varphi}$

$\left.\begin{aligned} z_1 &= \sin 0 = 0 \\ z_2 &= \sin\frac{\pi}{2} = 1 \end{aligned}\right\}$ нове границе

$$v_r^2\Big|_{v_0^2}^{v^2} = 2Rg\sin\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2R^2\omega^2\int_0^1 z\, dz$$

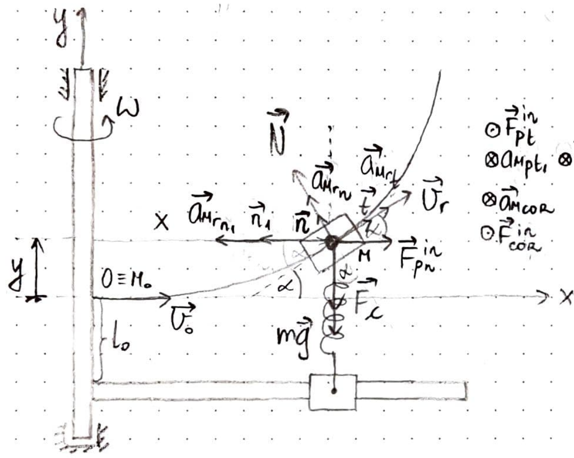
$$v^2 - v_0^2 = 2Rg(1-0) - \cancel{2}R^2\omega^2\frac{z^2}{\cancel{2}}\Big|_0^1$$

$$\underline{v_0^2 = v^2 - 2Rg + R^2\omega^2}$$

* ИЗ ЈЕДНАЧИНЕ (2) БИ МОГЛО ДА СЕ ОДРЕДИ N

(12)
4°

6.27. Клизач масе m везан је опругом крутости c и може да клизи по глаткој жици OA. Жица је својим крајем O везана за вертикалну осу Oy око које се раван xOy у којој лежи жица обрће константном угаоном брзином ω. Други крај опруге креће се по правој паралелној x-оси. При кретању клизача опруга има стално нормалан правац на x-осу. У почетном положају клизач се налазио у коорд. поч. и имао почетну брзину интензитета v_0, док је опруга била ненапрегнута. Наћи функцију која описује облик жице тако да брзина клизача у односу на жицу има константан интензитет.



$$\vec{a}_M = \vec{a}_{Mp} + \vec{a}_{Mr} + \vec{a}_{Mn}$$

$$\vec{a}_{Mp} = \vec{a}_{Mpt_1} + \vec{a}_{Mpn_1} = a_{Mpt_1}\vec{t}_1 + a_{Mpn_1}\vec{n}_1$$

$$a_{Mpt_1} = x\dot{\omega} = 0 \quad (\omega = const.)$$

$$a_{Mpn_1} = x\omega^2 \Rightarrow F_{pn}^{in} = m\omega^2 x$$

$$\vec{a}_{Mcor} = 2\vec{\omega}_p \times \vec{v}_r$$

$$a_{Mcor} = 2\omega v_r \sin\measuredangle(\vec{\omega}_p, \vec{v}_r)$$

НЕ ПРОЈЕКТУЈЕ СЕ НА $\vec{t}$
ТЈ. НЕ МОРА ДА СЕ ОДРЕДИ

$$\vec{a}_{Mr} = \vec{a}_{Mrt} + \vec{a}_{Mrn} = a_{Mrt}\vec{t} + a_{Mrn}\vec{n}$$

$$a_{Mrt} = \frac{dv_r}{dt} = 0 \quad (v_r = const.)$$

$$a_{Mrn} = \frac{v_r^2}{R_K}$$

$$F_c = cy$$

$$m\vec{a}_{Mr} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_c + \vec{F}_p^{in} + \vec{F}_{COR}^{in} \;/\cdot\vec{t}\;/\vec{n}$$

t: $m a_{Mrt}^{\,0} = -mg\sin\alpha - F_c\sin\alpha + F_{pn}^{in}\cos\alpha \quad (1) \Rightarrow$ ПРОЈЕКЦИЈА НА $\vec{t}$ ДАЈЕ ВЕЗУ ИЗМЕЂУ x И y

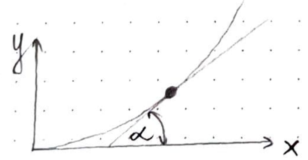
n: $m a_{Mrn} = -mg\cos\alpha + N - F_c\cos\alpha - F_{pn}^{in}\sin\alpha \quad (2) \Rightarrow$ НЕ КОРИСТИ СЕ

$$(1) \Rightarrow 0 = -mg\sin\alpha - cy\sin\alpha + m\omega^2 x\cos\alpha \;/ : \cos\alpha$$

$$0 = -mg\,tg\alpha - cy\,tg\alpha + m\omega^2 x \Rightarrow 0 = -mg\frac{dy}{dx} - cy\frac{dy}{dx} + m\omega^2 x \;/\cdot dx$$

$$0 = -mg\int_0^y dy - c\int_0^y y\,dy + m\omega^2\int_0^x x\,dx$$

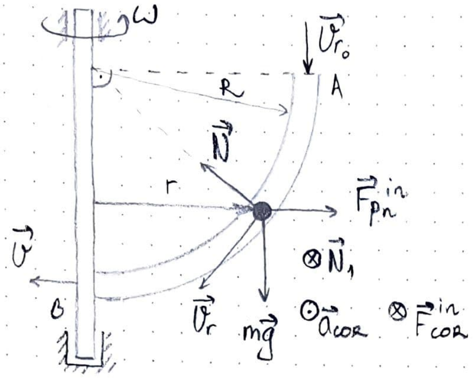
$$tg\alpha = \frac{dy}{dx} = y'$$



$$\underline{cy^2 + 2mgy - m\omega^2 x^2 = 0}$$

ЗАДАТАК 6.28. РЕШЕН УЗ ПОМОЋ ЗАКОНА О ПРОМЕНИ КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ

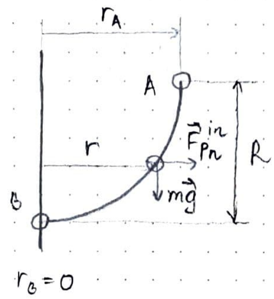
ДАТО: m, R, ω, v , ОДРЕДИТИ: v_0 , ВЕЋ ОДРЕЂЕНО НА ПРВИ НАЧИН: $F_{pn}^{in} = mr\omega^2$



ЗА РЕЛАТИВНО КРЕТАЊЕ ТАЧКЕ M:

$$(1)\quad E_{kr_B} - E_{kr_A} = A_{r(A\to B)}(m\vec g) + A_{r(A\to B)}(\vec F_{pn}^{in})$$

* $\vec N$ НЕ ВРШИ РАД ЈЕР ЈЕ ВЕЗА ИДЕАЛНА
* $\vec F_{cor}^{in}$ НЕ ВРШИ РАД ЈЕР НЕ ЛЕЖИ У РАВНИ РЕЛАТИВНОГ КРЕТАЊА (НЕМА ПРОЈЕКЦИЈУ НА ПРАВАЦ КРЕТАЊА)



$$(2)\quad E_{kr_A} = \frac{1}{2} m v_{r_0}^2$$

$$(3)\quad E_{kr_B} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$(4)\quad A_{r(A\to B)}(m\vec g) = +mgR$$

$$\delta A_{r(A\to B)}(\vec F_{pn}^{in}) = \vec F_{pn}^{in} \cdot d\vec r, \quad F_{pn}^{in} = mr\omega^2$$

$$= mr\omega^2 \cdot dr \cdot \cancel{\cos 0^\circ}^{\,1}$$

$\vec r \longrightarrow \vec F_{pn}^{in}$

$$\angle(\vec r, \vec F_{pn}^{in}) = 0^\circ$$

$$\delta A_{r(A\to B)}(\vec F_{pn}^{in}) = m\omega^2 r\,dr$$

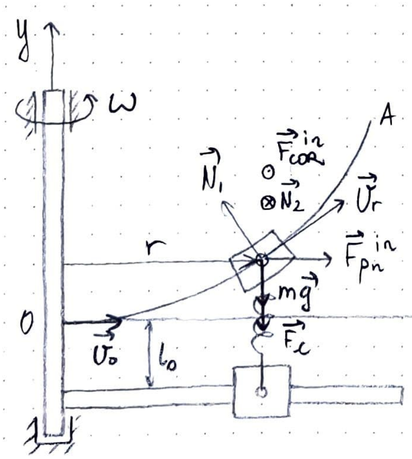
$$A_{r(A\to B)}(\vec F_{pn}^{in}) = m\omega^2 \int_{r_A}^{r_B} r\,dr = \frac{1}{2} m\omega^2 (\cancel{r_B^2}^{\,0} - r_A^2)$$

$$(5)\quad A_{r(A\to B)}(\vec F_{pn}^{in}) = -\frac{1}{2} m\omega^2 R^2$$

$$(2),(3),(4),(5) \to (1) \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_{r_0}^2 = mgR - \frac{1}{2} m\omega^2 R^2 \Rightarrow v_{r_0}^2 = v^2 - 2gR + \omega^2 R^2$$

ЗАДАТАК 6.27. РЕШЕН УЗ ПОМОЋ ЗАКОНА О ПРОМЕНИ КИНЕТИЧКЕ ЕНЕРГИЈЕ

ДАТО: $m, c, \omega, v_0, v_r = const.$, НАЋИ: $y = f(x)$, ВЕЋ ОДРЕЂЕНО НА ПРВИ НАЧИН: $F_{pn}^{in} = mr\omega^2$



$$(1)\quad E_{kr} - E_{kr_0} = A_r(m\vec g) + A_r(\vec F_c) + A_r(\vec F_{pn}^{in})$$

$$(2)\quad E_{kr} = \frac{1}{2} m v_r^2$$

$$(3)\quad E_{kr_0} = \frac{1}{2} m v_{r_0}^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\underbrace{v_r = const. = v_{r_0}}_{\text{УСЛОВ ЗАДАТКА}} \Rightarrow E_{kr} = E_{kr_0} \quad (4)$$

$$(5)\quad A_r(m\vec g) = -mgy$$

$$A_r(\vec F_c) = \frac{1}{2} c\left[(\Delta l_p)^2 - (\Delta l)^2\right] = \frac{1}{2} c(0^2 - y^2) = -\frac{1}{2} c y^2$$

→ ТРЕНУТНО

→ ПОЧЕТНО

$$A_r(\vec F_{pn}^{in}) = \frac{1}{2} m\omega^2 (r^2 - r_0^2) \Rightarrow \text{ИЗ 6.28. (ВИДИ ГОРЕ)}$$

$$r_0 = 0, \quad r = x$$

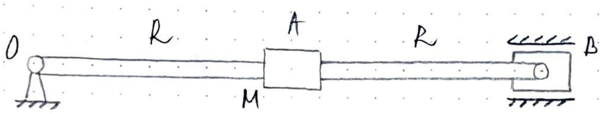
$$(6)\quad A_r(\vec F_{pn}^{in}) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

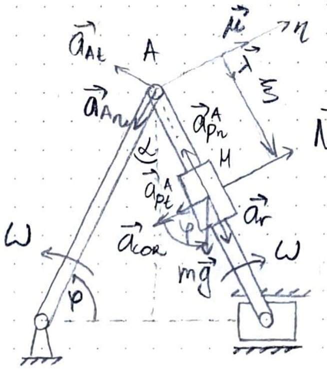
$$(4),(5),(6) \to (1) \Rightarrow 0 = -mgy - \frac{1}{2} c y^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \Rightarrow y = f(x)$$

5° 6.41. Штапови OA и AB једнаких дужина R образују са клизачем B клипни механизам. Штап OA обрће се око хоризонталне осе константном угаоном брзином $\omega=\sqrt{\frac{3g}{R}}$. Истовремено по штапу AB креће се без трења клизач M масе m. У поч. тр. $t_0=0$ штапови су имали хоризонтални правац а клизач M се налазио у релативном миру на крају A штапа AB. Одредити коначну једначину релативног кретања клизача M у односу на штап и интензитет реакције везе у функцији времена.

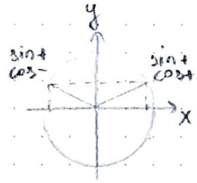
$\omega=\sqrt{\frac{3g}{R}}$, m, $t_0 \Rightarrow M\equiv A,\ \varphi=0,\ v_{r_0}=0$

ω const.





$$m\vec{a}_M = m\vec{g}+\vec{N}$$



$\alpha = 90°-\varphi$

$\cos 2\alpha = \cos(180°-2\varphi) = -\cos 2\varphi$

$\sin 2\alpha = \sin(180°-2\varphi) = \sin 2\varphi$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_p + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_A + \vec{a}_p{}^A \ / \cdot\vec{\lambda} / \cdot\vec{\mu} \Rightarrow \xi:\ a_{p\xi} = a_{An}\cos 2\alpha - a^A_{pn} = -R\omega^2\cos 2\varphi - \xi\omega^2$$

$$\eta:\ a_{p\eta} = -a_{An}\sin 2\alpha = -R\omega^2 \sin 2\varphi$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{At}+\vec{a}_{An}$$

$$a_{At} = R\dot{\omega} = 0$$

$$a_{An} = R\omega^2 \qquad a_r = \ddot{\xi}$$

$$a^A_{pt} = \xi\dot{\omega} = 0 \qquad \vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}_p \times \vec{v}_r \Rightarrow 2\omega\dot{\xi}\sin 90° = 2\omega\dot{\xi} = a_{cor}$$

$$a^A_{pn} = \xi\omega^2$$

$$m\vec{a}_M = m\vec{a}_p + m\vec{a}_r + m\vec{a}_{cor} = m\vec{g}+\vec{N} \ / \cdot\vec{\lambda} / \cdot\vec{\mu}$$

$$\xi:\ ma_{p\xi} + m\ddot{\xi} = mg\sin\varphi \Rightarrow -mR\omega^2\cos 2\varphi - m\omega^2\xi + m\ddot{\xi} = mg\sin\varphi \quad (1)$$

$$\eta:\ ma_{p\eta} - ma_{cor} = N - mg\cos\varphi \Rightarrow -mR\omega^2\sin 2\varphi - 2m\omega\dot{\xi} = N - mg\cos\varphi \quad (2)$$

$$(1)\ \cancel{m}\ddot{\xi} - \cancel{m}\omega^2\xi = \cancel{m}g\sin\varphi + \cancel{m}R\omega^2\cos 2\varphi \ /:m,\quad \varphi=\omega t$$

$$\ddot{\xi} - \omega^2\xi = g\sin\omega t + R\omega^2\cos 2\omega t$$

$$\lambda^2-\omega^2=0 \Rightarrow \lambda_{1,2}=\pm\omega \Rightarrow x_h = C_1e^{\omega t}+C_2e^{-\omega t}$$

$$x_{p_1} = A_1\sin\omega t + B_1\cos\omega t \Rightarrow \dot{x}_{p_1} = A_1\omega\cos\omega t - B_1\omega\sin\omega t \Rightarrow \ddot{x}_{p_1} = -A_1\omega^2\sin\omega t - B_1\omega^2\cos\omega t$$

$$-A_1\omega^2\sin\omega t - B_1\omega^2\cos\omega t - A_1\omega^2\sin\omega t - B_1\omega^2\cos\omega t = g\sin\omega t$$

$$-2A_1\omega^2 = g \Rightarrow A_1 = -\frac{g}{2\omega^2}, \quad B_1 = 0 \Rightarrow x_{p_1} = -\frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$$

$$x_{p_2} = A_2\sin 2\omega t + B_2\cos 2\omega t \Rightarrow \dot{x}_{p_2} = 2A_2\omega\cos 2\omega t - 2B_2\omega\sin 2\omega t \Rightarrow \ddot{x}_{p_2} = -4\omega^2 x_{p_2}$$

$$-4\omega^2x_{p_2} - \omega^2x_{p_2} = -5\omega^2x_{p_2} = -5\omega^2A_2\sin 2\omega t - 5\omega^2B_2\cos 2\omega t = R\omega^2\cos 2\omega t$$

$$A_2 = 0, \quad B_2 = -\frac{R}{5}$$

$$x_{p_2} = -\frac{R}{5}\cos 2\omega t$$

$$\xi = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t} - \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t - \frac{R}{5}\cos 2\omega t$$
$$\dot{\xi} = C_1\omega e^{\omega t} - C_2\omega e^{-\omega t} - \frac{g}{2\omega}\cos\omega t + \frac{2R\omega}{5}\sin 2\omega t$$

$$0 = C_1 + C_2 - \frac{g}{2\omega^2}\sin 0^\circ - \frac{R}{5}\cos 0^\circ$$
$$0 = C_1\omega - C_2\omega - \frac{g}{2\omega}\cos 0^\circ + \frac{2R\omega}{5}\sin 0^\circ$$

$$0 = C_1 + C_2 - \frac{R}{5} \quad\Rightarrow\quad C_1 = \frac{R}{5} - C_2$$
$$0 = C_1\omega - C_2\omega - \frac{g}{2\omega}$$

$$0 = \frac{R\omega}{5} - C_2\omega - C_2\omega - \frac{g}{2\omega}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\omega}\left(\frac{R\omega}{5} - \frac{g}{2\omega}\right) = \frac{R}{10} - \frac{g}{4\omega^2}, \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{R}}$$
$$C_2 = \frac{R}{10} - \frac{g}{4}\cdot\frac{R}{3g} = \frac{R}{60}$$
$$C_1 = \frac{R}{5} - \frac{R}{60} = \frac{11}{60}R$$

$$\xi = \frac{11}{60}Re^{\omega t} + \frac{1}{60}Re^{-\omega t} - \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t - \frac{R}{5}\cos 2\omega t$$

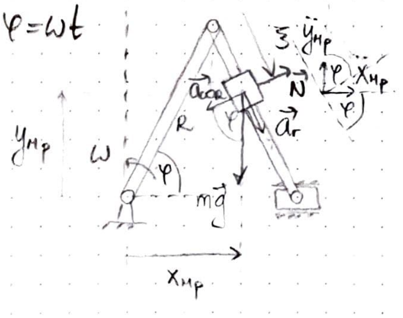
$$\dot{\xi} = \frac{11}{60}\omega R e^{\omega t} - \frac{1}{60}R\omega e^{-\omega t} - \frac{g}{2\omega}\cos\omega t + \frac{2R\omega}{5}\sin 2\omega t$$

$$(2) \Rightarrow N = mg\cos\omega t - mR\omega^2\sin 2\omega t - \frac{11}{30}mR\omega^2 e^{\omega t} + \frac{1}{30}mR\omega^2 e^{-\omega t} + mg\cos\omega t - \frac{4mR\omega^2}{5}\sin 2\omega t$$
$$N = 2mg\cos\omega t - \frac{9}{5}mR\omega^2\sin 2\omega t - \frac{11}{30}mR\omega^2 e^{\omega t} + \frac{1}{30}mR\omega^2 e^{-\omega t}$$

(*) $m\vec{a}_p + m\vec{a}_r + m\vec{a}_{cor} = m\vec{g} + \vec{R} \;/\cdot\vec{\lambda}\,/\cdot\vec{\mu}$

$a_r = \ddot{\xi}, \quad a_{cor} = 2\omega\dot{\xi}, \quad a_p = \sqrt{\ddot{x}_{Mp}^2 + \ddot{y}_{Mp}^2}$

$\varphi = \omega t$



$$x_{Mp} = R\cos\omega t + \xi\cos\omega t \Rightarrow \dot{x}_{Mp} = -R\omega\sin\omega t + \dot{\xi}\cos\omega t - \xi\omega\sin\omega t$$
$$y_{Mp} = R\sin\omega t - \xi\sin\omega t \Rightarrow \dot{y}_{Mp} = R\omega\cos\omega t - \dot{\xi}\sin\omega t - \xi\omega\cos\omega t$$

$$\ddot{x}_{Mp} = \ddot{\xi}\cos\omega t - \dot{\xi}\omega\sin\omega t - \dot{\xi}\omega\sin\omega t - (R+\xi)\omega^2\cos\omega t$$
$$\ddot{y}_{Mp} = -\ddot{\xi}\sin\omega t - \dot{\xi}\omega\cos\omega t - \dot{\xi}\omega\cos\omega t - (R-\xi)\omega^2\sin\omega t$$

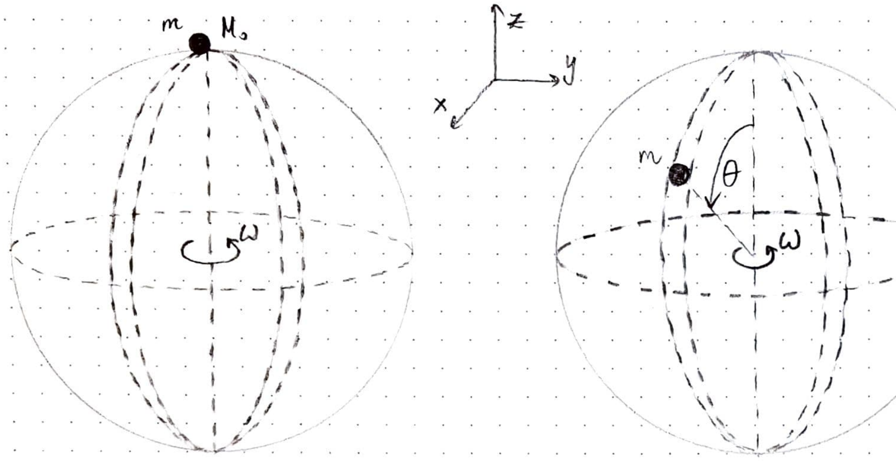
(1) ξ: $\cancel{m}\ddot{x}_{Mp}\cos\varphi - \cancel{m}\ddot{y}_{Mp}\sin\varphi + \cancel{m}\ddot{\xi} = \cancel{m}g\sin\varphi \;/:m$

(2) η: $m\ddot{x}_{Mp}\sin\varphi + m\ddot{y}_{Mp}\cos\varphi - 2m\omega\dot{\xi} = N - mg\cos\varphi$

$$(1) \Rightarrow \ddot{\xi}\cos^2\varphi - \cancel{\omega\dot{\xi}\sin\varphi\cos\varphi} - \cancel{\omega\dot{\xi}\sin\varphi\cos\varphi} - R\omega^2\cos^2\varphi - \xi\omega^2\cos^2\varphi$$
$$+ \ddot{\xi}\sin^2\varphi + \cancel{\omega\dot{\xi}\sin\varphi\cos\varphi} + \cancel{\omega\dot{\xi}\sin\varphi\cos\varphi} + R\omega^2\sin^2\varphi - \xi\omega^2\sin^2\varphi + \ddot{\xi} = g\sin\varphi$$
$$\ddot{\xi} - \omega^2\xi = g\sin\omega t + R\omega^2\cos 2\omega t$$

$$(2) \Rightarrow N = mg\cos\omega t - 2m\omega\dot{\xi} - mR\omega^2\sin 2\omega t$$

6.11. На лопти полупречника R урезан је глатки жлеб дуж кога се креће куглица масе m, занемарљивих димензија. Лопта се обрће константном угаоном брзином $\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}$ око непокретне вертикалне осе. Куглица је почела кретање из положаја M_0 на оси брзином $v_0 = \frac{\sqrt{gR}}{5}$. Одредити место на коме ће куглица напустити жлеб и интензитет хоризонталне компоненте реакције везе у том положају.



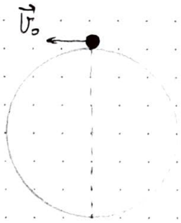
$\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}$

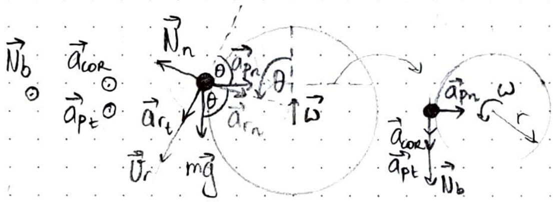
$v_0 = \frac{\sqrt{gR}}{5}$

θ_1 (при напуштању)

$N_{xy}(t_1)$ ... ?

↳ хоризонтална компонента





$a_{pt} = 0$

$a_{pn} = r\omega^2$

$r = R\sin\theta$

$a_{pn} = R\sin\theta\,\omega^2$

$a_{rt} = R\ddot{\theta}$, $a_{rn} = R\dot{\theta}^2$ $\qquad v_r = R\dot{\theta}$

$\vec{a}_{COR} = 2\vec{\omega}\times\vec{v}_r \Rightarrow 2\omega v_r \sin\angle(\vec{\omega}, \vec{v}_r) = 2\omega R\dot{\theta}\cos\theta = a_{COR}$

$\sin t$ $\quad y \quad$ $\cos t$ $\quad x$

$\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$

$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_n + \vec{N}_b$

$\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_r + \vec{a}_{COR}$

$m\vec{a}_p + m\vec{a}_r + m\vec{a}_{COR} = m\vec{g} + \vec{N}_n + \vec{N}_b \;/\cdot \vec{t}/\vec{n}/\vec{b}$

$t:\; -ma_{pn}\cos\theta + ma_{rt} = mg\sin\theta \;\Rightarrow\; (1)\; -\cancel{m}R\omega^2\sin\theta\cos\theta + \cancel{m}R\ddot{\theta} = \cancel{m}g\sin\theta \;/:mR$

$n:\; ma_{pn}\sin\theta + ma_{rn} = mg\cos\theta - N_n \;\Rightarrow\; (2)\; N_n = mg\cos\theta - mR\omega^2\sin^2\theta - mR\dot{\theta}^2$

$b:\; ma_{pt} + ma_{COR} = N_b \;\Rightarrow\; (3)\; N_b = 2mR\omega\dot{\theta}\cos\theta$

$(1) \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{g}{R}\sin\theta + \frac{\omega^2}{2}\sin 2\theta$, $\quad \ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{\dot{\theta}\,d\dot{\theta}}{d\theta}$ $\qquad v_0 = R\dot{\theta}_0 \Rightarrow \dot{\theta}_0 = \frac{\sqrt{gR}}{5R}$

$\frac{\dot{\theta}\,d\dot{\theta}}{d\theta} = \frac{g}{R}\sin\theta + \frac{\omega^2}{2}\sin 2\theta \;/\cdot d\theta$

$\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\,d\dot{\theta} = \frac{g}{R}\int_0^{\theta}\sin\theta\,d\theta + \frac{\omega^2}{2}\int_0^{\theta}\sin 2\theta\,d\theta$

$\frac{1}{2}\left(\dot{\theta}^2 - \frac{g}{25R}\right) = -\frac{g}{R}(\cos\theta - 1) - \frac{\omega^2}{4}(\cos 2\theta - 1)$

$\dot{\theta}^2 = \frac{g}{25R} + \frac{2g}{R}(1 - \cos\theta) + \frac{\omega^2}{2}(1 - \cos 2\theta)$

$N_n = 0$

УСЛОВ НАПУШТАЊА ВЕЗЕ

$(2) \Rightarrow N_n = mg\cos\theta - mR\omega^2\sin^2\theta - \frac{1}{25}mg - 2mg + 2mg\cos\theta - \frac{1}{2}mR\omega^2 + \frac{1}{2}mR\omega^2\cos 2\theta = 0$

$0 = 3mg\cos\theta - \frac{1}{2}mg\sin^2\theta - \frac{51}{25}mg - \cancel{\frac{1}{2}mR\omega^2} + \cancel{\frac{1}{2}mR\omega^2} - mR\omega^2\sin^2\theta$ $\qquad * \sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$

$0 = 3mg\cos\theta - \frac{1}{2}mg\sin^2\theta - \frac{51}{25}mg - \frac{1}{2}mg\sin^2\theta \;/:mg$ $\qquad \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

$0 = 3\cos\theta - \sin^2\theta - \frac{51}{25}$, $\quad \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$0 = 3\cos\theta - 1 + \cos^2\theta - \frac{51}{25} \Rightarrow \cos^2\theta + 3\cos\theta - \frac{76}{25} = 0 \Rightarrow (\cos\theta)_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + \frac{4\cdot 76}{25}}}{2}$

$\cancel{\cos\theta_1 = -\frac{38}{10}}$, $\quad \underline{\cos\theta_2 = \frac{4}{5}}$

$* \cos 2\theta_2 = \cos^2\theta_2 - \sin^2\theta_2 = \cos^2\theta_2 - 1 + \cos^2\theta_2 = 2\cos^2\theta_2 - 1 = \frac{7}{25}$ $\Big\}\; \dot{\theta}_2^2 = \frac{31}{50}\frac{g}{R} \Rightarrow \underline{N_b = 8\frac{\sqrt{31}}{25}mg}$